

Ministério da Educação

Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca
Campus Itaguaí

Critérios de Correção

da Prova Escrita de Física

Edital nº 02/2026 — Professor Efetivo

Observações Iniciais. A prova é constituída por cinco questões, cada uma valendo dois pontos. A pontuação de cada questão foi devidamente identificada na prova. Todos os desenvolvimentos foram analisados, mesmo quando eram diferentes dos esperados pela Banca. Se corretos, foram pontuados. Itens parcialmente corretos foram eventualmente pontuados, com uma fração do valor total do item.

Questão	Tema	Valor
Questão 1	Fluidos e empuxo em referencial acelerado	2,0 pt
Questão 2	Pêndulo físico e experimento de g	2,0 pt
Questão 3	Ciclo termodinâmico Brayton	2,0 pt
Questão 4	Dipolo elétrico	2,0 pt
Questão 5	Potência dissipada em circuito resistivo	2,0 pt
Total		10,0 pt

Questão 1 (2,0 pontos)

Etapa 1 — Campo de forças volumétricas no referencial acelerado (0,4 pt)

No referencial não-inercial do vagão (acelerado com $\vec{a} = a \hat{x}$), o campo de forças volumétricas efetivo sobre o fluido é:

$$\vec{f}_v = -\rho_f a \hat{x} - \rho_f g \hat{z} \quad (1)$$

A componente $-\rho_f a \hat{x}$ é a força de inércia e $-\rho_f g \hat{z}$ é a força gravitacional volumétrica.

Etapa 2 — Campo de pressão no referencial acelerado (0,3 pt)

O equilíbrio do fluido satisfaz $P = -u + \text{cte}$. Calculando a energia potencial por unidade de volume:

$$u = -\int \vec{f}_v \cdot d\vec{r} = -\left[\int (-\rho_f a) dx + \int (-\rho_f g) dz \right] = \rho_f a x + \rho_f g z + \text{cte} \quad (2)$$

Logo:

$$\boxed{P(x, z) = -\rho_f a x - \rho_f g z + \text{cte}} \quad (3)$$

Etapa 3 — Empuxo generalizado — resultante das forças superficiais (0,4 pt)

Pelo campo de pressão: a pressão no hemisfério sul ($-z$) é maior que no norte ($+z$), gerando força em $+\hat{z}$; a pressão no lado oeste ($-x$) é maior que no leste ($+x$), gerando força em $+\hat{x}$. Integrando sobre a superfície esférica ($V_{\text{esf}} = \frac{4}{3}\pi R^3$):

$$\vec{E} = \rho_f a V_{\text{esf}} \hat{x} + \rho_f g V_{\text{esf}} \hat{z} \quad (4)$$

Este é o *teorema de Arquimedes generalizado* para o referencial acelerado.

Etapa 4 — Equação de equilíbrio e vetor tração (0,5 pt)

No referencial acelerado, a esfera está em equilíbrio estático: $\vec{F}_g + \vec{E} + \vec{T} = \vec{0}$. Com $\vec{F}_g = -\rho_b g V_{\text{esf}} \hat{z}$:

$$\vec{T} = -\vec{E} - \vec{F}_g = \frac{4}{3}\pi R^3 [-\rho_f a \hat{x} - (\rho_f - \rho_b) g \hat{z}] \quad (5)$$

$$T = \frac{4}{3}\pi R^3 \sqrt{(\rho_f a)^2 + [(\rho_f - \rho_b) g]^2} \quad (6)$$

Etapa 5 — Ângulo com a horizontal e direção física do cabo (0,4 pt)

O ângulo θ que o cabo faz com a horizontal é:

$$\boxed{\theta = \arctan \left[\frac{(\rho_f - \rho_b) g}{\rho_f a} \right]} \quad (7)$$

As componentes de \vec{T} são negativas em x e z : a tração aponta para **baixo e para a esquerda**, confirmando que a esfera se desloca para a **direita** em relação ao ponto de fixação do cabo.

Etapa	Critério	Pontos
1	Campo de forças volumétricas no referencial acelerado	0,4
2	Campo de pressão $P(x, z)$	0,3
3	Empuxo generalizado (módulo e direção)	0,4
4	Equilíbrio, vetor \vec{T} e módulo T	0,5
5	Ângulo θ e direção física do cabo	0,4
Total		2,0

Questão 2 (2,0 pontos)

Parte (a) — Período de oscilação (1,0 ponto).

Etapa 1 — Identificação como pêndulo físico e geometria (0,1 pt)

O triângulo oscilando em torno de um vértice constitui um **pêndulo físico**. A altura do triângulo equilátero de lado L vale:

$$h = \sqrt{L^2 - \frac{L^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} L \quad (8)$$

Etapa 2 — Posição do centro de massa (baricentro) (0,1 pt)

Colocando a origem no vértice inferior esquerdo e tratando cada lado como barra de massa $M/3$:

$$x_{\text{cm}} = \frac{M \cdot 0 + M \cdot \frac{L}{2} \cos 60^\circ - M \cdot \frac{L}{2} \cos 60^\circ}{3M} = 0 \quad (9)$$

$$y_{\text{cm}} = \frac{M \cdot 0 + M \cdot \frac{L}{2} \sin 60^\circ + M \cdot \frac{L}{2} \sin 60^\circ}{3M} = \frac{L\sqrt{3}}{6} \quad (10)$$

Distância do vértice (pivô) ao CM:

$$d = h - y_{\text{cm}} = \frac{\sqrt{3}}{2} L - \frac{\sqrt{3}}{6} L = \frac{\sqrt{3}}{3} L = \frac{L}{\sqrt{3}} \quad (11)$$

Etapa 3 — Equação de movimento — pêndulo físico (0,4 pt)

Aplicando $\sum \vec{\tau} = I\ddot{\theta}$ e a aproximação de pequenos ângulos ($\sin \theta \approx \theta$):

$$-Mg \sin \theta \cdot d = I\ddot{\theta} \implies \ddot{\theta} + \frac{MgL\sqrt{3}}{3I} \theta = 0 \quad (12)$$

Frequência angular: $\omega^2 = MgL\sqrt{3}/(3I)$.

Etapa 4 — Momento de inércia I_{cm} por integração (0,2 pt)

O apótema (distância do CM à face) é $a = h/3 = \sqrt{3}L/6$, logo $a^2 = L^2/12$.

$$\begin{aligned} I_{\text{cm}} &= 3 \int_{-L/2}^{+L/2} \left(x^2 + \frac{L^2}{12} \right) \frac{M}{3L} dx = \frac{M}{L} \int_{-L/2}^{+L/2} \left(x^2 + \frac{L^2}{12} \right) dx \\ &= \frac{M}{L} \left[\frac{L^3}{12} + \frac{L^3}{12} \right] = \frac{ML^2}{6} \end{aligned} \quad (13)$$

Etapa 5 — Teorema dos eixos paralelos (0,1 pt)

$$I = I_{\text{cm}} + Md^2 = \frac{ML^2}{6} + M \left(\frac{L\sqrt{3}}{3} \right)^2 = \frac{ML^2}{6} + \frac{ML^2}{3} = \frac{ML^2}{2} \quad (14)$$

Etapa 6 — Período de oscilação

(0,1 pt)

$$\omega^2 = \frac{MgL\sqrt{3}}{3 \cdot ML^2/2} = \frac{2\sqrt{3}g}{3L} \quad \Rightarrow \quad \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{3L}{2\sqrt{3}g}} = 2\pi\sqrt{\frac{\sqrt{3}L}{2g}}} \quad (15)$$

Parte (b) — Procedimento experimental (1,0 ponto).

Etapa 7 — Procedimento para estimar g

(0,4 pt)

Isolando g da expressão do período:

$$g(T, L) = \frac{3L}{4\pi^2\sqrt{3}T^2} = \alpha \cdot \frac{L}{T^2}, \quad \alpha = \frac{3}{4\pi^2\sqrt{3}} \quad (16)$$

Procedimento:

1. Medir o lado L_i de cada triângulo com a régua.
2. Suspender pelo vértice com deslocamento inicial $\lesssim 10^\circ$.
3. Medir o tempo t_n de n oscilações completas; calcular $T_i = t_n/n$.
4. Construir o gráfico de T_i^2 vs L_i : deve ser linear com coeficiente angular $\beta = 3/(4\pi^2\sqrt{3}g)$.
5. Extrair $g = 3/(4\pi^2\sqrt{3}\beta)$.

Etapa 8 — Análise de propagação de erros

(0,3 pt)

De $g = \alpha L/T^2$, propagando:

$$\Delta g = \frac{\alpha}{T^2} \Delta L + \frac{2\alpha L}{T^3} \Delta T \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta L}{L} + 2 \frac{\Delta T}{T}} \quad (17)$$

O erro no período entra com **peso 2**: é a fonte de erro mais crítica. Erros sistemáticos incluem: amplitude inicial excessiva (viola $\sin \theta \approx \theta$), atrito no pivô e triângulos não uniformes.

Etapa 9 — Estratégia prática para reduzir o erro dominante (0,3 pt)

Medir n oscilações completas e calcular $T = t_n/n$: o erro de reação humana $\delta t_{\text{reação}}$ se dilui por n , reduzindo $\delta T/T$. Quanto maior n , mais precisa a medida do período.

Et.	Critério	Pts
1	Pêndulo físico; $h = \frac{\sqrt{3}}{2}L$	0,1
2	Baricentro: $y_{\text{cm}} = L\sqrt{3}/6$; $d = L\sqrt{3}/3$	0,1
3	Equação de movimento; pequenos ângulos	0,4
4	$I_{\text{cm}} = ML^2/6$ por integração	0,2
5	Eixos paralelos: $I = ML^2/2$	0,1
6	Período $T = 2\pi\sqrt{3L/(2\sqrt{3}g)}$	0,1
7	Procedimento: gráfico T^2 vs L ; extração de g	0,4
8	$\Delta g/g = \Delta L/L + 2\Delta T/T$	0,3
9	Estratégia $T = t_n/n$	0,3
Total		2,0

Questão 3 (2,0 pontos)

Parte (a) — Relação entre C_P e C_V e coeficiente adiabático (0,8 ponto).

Etapa a — Derivação de $\gamma = C_P/C_V$ e $PV^\gamma = \text{cte}$ (0,8 pt)

Relação $C_P = C_V + R$: Da Primeira Lei da Termodinâmica, $dU = d'Q - d'W$. Numa transformação isocórica: $dU = nC_V dT$. Como a energia interna é função de estado e depende só da temperatura, em qualquer transformação vale $dU = nC_V dT$. Numa isobárica: $d'Q_P = nC_P dT$ e $d'W = P dV = nR dT$. Aplicando a 1ª Lei:

$$nC_V dT = nC_P dT - nR dT \quad \implies \quad C_P = C_V + R \quad (18)$$

Processo adiabático ($d'Q = 0$): A 1ª Lei dá $dU = d'W$, ou seja:

$$nC_V dT = -P dV \quad (19)$$

Para gás ideal, $PV = nRT$; diferenciando:

$$P dV + V dP = nR dT \quad (20)$$

De (19): $nC_V dT = -P dV$, portanto $-nC_V dT + V dP = nR dT$. Usando (18):

$$V dP = n(C_V + R) dT = nC_P dT \quad (21)$$

Dividindo (21) por (19):

$$\frac{V dP}{-P dV} = \frac{C_P}{C_V} = \gamma \quad \implies \quad \frac{dP}{P} = -\gamma \frac{dV}{V} \quad (22)$$

Integrando:

$$\boxed{PV^\gamma = \text{cte}, \quad \gamma = \frac{C_P}{C_V}} \quad (23)$$

Parte (b) — Rendimento da máquina (0,7 ponto).

Etapa b — Cálculo do rendimento η (0,7 pt)

O rendimento é $\eta = |W|/|Q_1| = 1 - |Q_2|/|Q_1|$, onde Q_1 é o calor absorvido (isobárica $B \rightarrow C$) e Q_2 é o calor cedido (isobárica $D \rightarrow A$):

$$Q_1 = nC_P(T_C - T_B), \quad Q_2 = nC_P(T_A - T_D) \quad (24)$$

Nas adiabáticas, escrevendo $PV^\gamma = \text{cte}$ em termos de P e T (usando $V = nRT/P$): $P^{1-\gamma}T^\gamma = \text{cte}$.

Adiabática $A \rightarrow B$ ($P_A = P_0$, $P_B = rP_0$):

$$T_A = r^{(1-\gamma)/\gamma} T_B \quad (25)$$

Adiabática $C \rightarrow D$ ($P_C = rP_0$, $P_D = P_0$):

$$T_D = r^{(1-\gamma)/\gamma} T_C \quad (26)$$

Portanto:

$$\frac{|Q_2|}{|Q_1|} = \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = \frac{r^{(1-\gamma)/\gamma}(T_C - T_B)}{T_C - T_B} = r^{(1-\gamma)/\gamma} \quad (27)$$

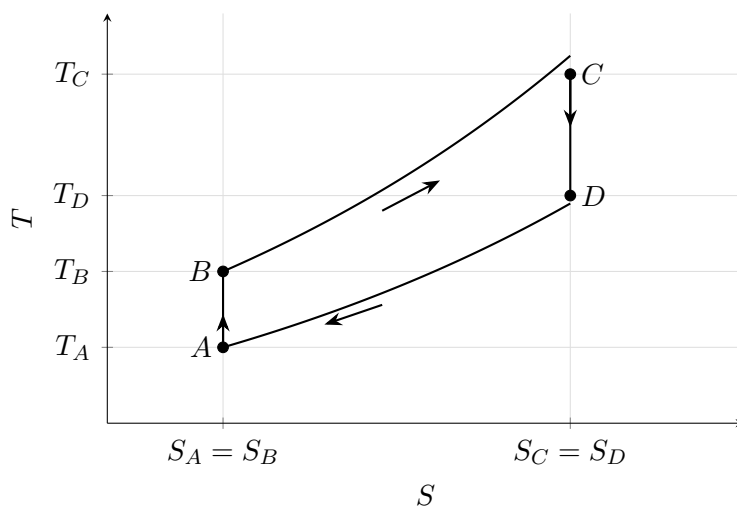
$$\boxed{\eta = 1 - r^{(1-\gamma)/\gamma}} \quad (28)$$

Parte (c) — Diagrama T - S (0,5 ponto).

Etapa c — Esboço do diagrama T - S

(0,5 pt)

- As adiabáticas $A \rightarrow B$ e $C \rightarrow D$ são processos isentrópicos: segmentos **verticais** no diagrama T - S .
- As isobáricas $B \rightarrow C$ e $D \rightarrow A$ satisfazem $dS = nC_P dT/T$, portanto $S = nC_P \ln T + \text{cte}$: curvas **exponenciais** $T \propto e^{S/(nC_P)}$ no plano T - S .
- B e A estão na mesma entropia $S_A = S_B$ (adiabática $A \rightarrow B$); C e D estão na mesma entropia $S_C = S_D > S_A$.
- A temperatura em C é maior que em B ; a temperatura em D é maior que em A .



Parte	Critério	Pontos
(a)	Derivação de $C_P = C_V + R$ e de $PV^\gamma = \text{cte}$ com $\gamma = C_P/C_V$	0,8
(b)	Rendimento $\eta = 1 - r^{(1-\gamma)/\gamma}$	0,7
(c)	Diagrama T - S : adiabáticas verticais; isobáricas exponenciais; sentidos corretos	0,5
Total		2,0

Questão 4 (2,0 pontos)

Parte (a) — Potencial do dipolo físico (0,5 ponto).

Etapa 1 — Superposição dos potenciais das duas cargas (0,2 pt)

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r} \right) \quad (29)$$

onde r é a distância de $-q$ ao ponto P e r' é a distância de $+q$ ao ponto P .

Etapa 2 — Aproximação geométrica $r' \approx r - l \cos \theta$ (0,3 pt)

Para $r \gg l$, pela lei dos cossenos:

$$r' \approx r - l \cos \theta \quad \Rightarrow \quad V(r, \theta) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r - l \cos \theta} - \frac{1}{r} \right) \quad (30)$$

Parte (b) — Potencial do dipolo ideal (0,5 ponto).

Etapa 3 — Expansão de Taylor de $1/r'$ (0,2 pt)

$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{r(1 - \frac{l}{r} \cos \theta)} \approx \frac{1}{r} \left(1 + \frac{l}{r} \cos \theta \right) = \frac{1}{r} + \frac{l \cos \theta}{r^2} \quad (31)$$

desprezando termos $(l/r)^2$ ou superiores.

Etapa 4 — Potencial do dipolo ideal (0,3 pt)

$$V(r, \theta) = \frac{ql \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{pz}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (32)$$

Parte (c) — Campo elétrico ao longo do eixo z (0,5 ponto).

Etapa 5 — Gradiente pela regra do produto; campo geral do dipolo (0,2 pt)

$\vec{E} = -\nabla V = -\frac{p}{4\pi\epsilon_0} \nabla \left(\frac{z}{r^3} \right)$. Pela regra do produto:

$$\nabla \left(\frac{z}{r^3} \right) = \frac{\hat{z}}{r^3} + z \cdot \left(-\frac{3\hat{r}}{r^4} \right) = \frac{\hat{z}}{r^3} - \frac{3z\hat{r}}{r^4} \quad (33)$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} [3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}] \quad (34)$$

Etapa 6 — Campo no eixo z ($\hat{r} = \hat{z}$) (0,3 pt)

Em $(0, 0, z)$: $\vec{p} \cdot \hat{r} = p$, portanto:

$$\vec{E}(0, 0, z) = \frac{p \hat{z}}{2\pi\epsilon_0 z^3} = \frac{ql \hat{z}}{2\pi\epsilon_0 z^3} \quad (35)$$

O campo aponta em $+\hat{z}$ e decai como $1/z^3$.

Parte (d) — Campo elétrico no plano $z = 0$ (0,5 ponto).

Etapa 7 — Condição geométrica no plano equatorial (0,2 pt)

Para pontos $(x, y, 0)$: $\hat{r} \perp \hat{z}$, logo $\vec{p} \cdot \hat{r} = p \cos 90^\circ = 0$.

Etapa 8 — Campo elétrico no plano equatorial (0,3 pt)

$$\vec{E}(x, y, 0) = -\frac{\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3} = -\frac{ql \hat{z}}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (36)$$

O campo aponta em $-\hat{z}$ (oposto ao dipolo) e $|\vec{E}_{\text{eq}}| = |\vec{E}_{\text{eixo}}|/2$ para a mesma distância r .

Et.	Critério	Pts
1	Superposição: $V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r} \right)$	0,2
2	Aproximação $r' \approx r - l \cos \theta$	0,3
3	Expansão de Taylor de $1/r'$	0,2
4	$V = p \cos \theta / (4\pi\epsilon_0 r^2)$	0,3
5	Gradiente; fórmula geral $\vec{E} = [3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}] / (4\pi\epsilon_0 r^3)$	0,2
6	$\vec{E}(0, 0, z) = p\hat{z} / (2\pi\epsilon_0 z^3)$	0,3
7	$\vec{p} \cdot \hat{r} = 0$ no plano equatorial	0,2
8	$\vec{E}(x, y, 0) = -\vec{p} / (4\pi\epsilon_0 r^3)$	0,3
Total		2,0

Questão 5 (2,0 pontos)

Etapa 1 — Análise do circuito — ligação em série (0,3 pt)

As três resistências estão em série. Resistência equivalente:

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + R \quad (37)$$

Etapa 2 — Corrente no circuito (0,2 pt)

$$I = \frac{V}{R_{\text{eq}}} = \frac{V}{R_1 + R_2 + R} \quad (38)$$

Etapa 3 — Potência dissipada em R como função de R (0,3 pt)

$$P(R) = RI^2 = \frac{RV^2}{(R_1 + R_2 + R)^2} \quad (39)$$

Como $P(0) = 0$ e $P(R \rightarrow \infty) = 0$ com $P > 0$ para $R > 0$, existe um máximo interior onde P é menos sensível a variações de R .

Etapa 4 — Condição de extremo: $dP/dR = 0$ (0,6 pt)

Pela regra do quociente:

$$\frac{dP}{dR} = V^2 \frac{(R_1 + R_2 + R) - 2R}{(R_1 + R_2 + R)^3} = \frac{V^2}{(R_1 + R_2 + R)^2} - \frac{2RV^2}{(R_1 + R_2 + R)^3} = 0 \quad (40)$$

Multiplicando por $(R_1 + R_2 + R)^3/V^2$:

$$(R_1 + R_2 + R) - 2R = 0 \quad (41)$$

Etapa 5 — Resultado final (0,4 pt)

$$\boxed{R = R_1 + R_2} \quad (42)$$

Potência máxima neste ponto:

$$P_{\text{max}} = \frac{(R_1 + R_2)V^2}{[2(R_1 + R_2)]^2} = \frac{V^2}{4(R_1 + R_2)} \quad (43)$$

Et.	Critério	Pts
1	Ligação em série; $R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + R$	0,3
2	Corrente $I = V/R_{\text{eq}}$	0,2
3	$P(R) = RV^2/(R_1 + R_2 + R)^2$ com argumento físico	0,3
4	Condição $dP/dR = 0$ e derivada correta	0,6
5	Simplificação e resultado $R = R_1 + R_2$	0,4
Total		2,0