



**Instruções:** Esta prova contém 5 (cinco) Questões e 4 (quatro) Figuras, numeradas e distribuídas em 2 (duas) páginas. Não é permitido o uso de qualquer dispositivo eletrônico durante a realização desta prova. As soluções numéricas podem ser arredondadas até a primeira casa decimal.

**Questão 1:** Considere o diagrama em blocos da Figura 1, no qual  $\mathcal{P}$  é o sistema descrito pela Equação (1), com  $K_1, K_2 \in \mathbb{R}$ . Calcule os valores de  $K_1$  e  $K_2$  para que a resposta ao degrau do sistema em malha fechada tenha um fator de amortecimento  $\zeta = 0,7$  e tempo de acomodação  $t_{ac} = 5$  segundos. Justifique sua resposta apresentando todos os desenvolvimentos de forma clara e detalhada. Adote o critério de 5 constantes de tempo para  $t_{ac}$ .

$$\mathcal{P} : \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u, \\ y = [2 \ 1] X. \end{cases} \quad (1)$$

**Questão 2:** No diagrama da Figura 2, as constantes  $M_1, M_2$  representam as massas dos blocos,  $K_1, K_2$  representam as constantes das molas, e  $B_1, B_2$  são as constantes de atrito dos blocos com a superfície lateral do anteparo. Obtenha um modelo matemático no formato da Equação (2)

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + Bu, \\ y = CX + Du, \end{cases} \quad (2)$$

em função dos valores de  $M_1, M_2, B_1, B_2, K_1, K_2$ . Considere que a variável de saída  $y$  do sistema é o deslocamento vertical da massa  $M_2$ , e a variável de entrada  $u$  é a aceleração  $g$  da gravidade. Apresente os desenvolvimentos de forma organizada, clara e detalhada.

**Questão 3:** No diagrama da Figura 3, encontre os valores das constantes  $K$  e  $a$  de tal forma que o sistema em malha fechada oscile permanentemente com uma frequência de  $2 \text{ rad/s}$ . Apresente os desenvolvimentos de forma organizada, clara e detalhada.

**Questão 4:** Para o sistema discreto ilustrado na Figura 4, calcule a função de transferência de malha fechada  $Y(z)/U(z)$  e determine a resposta  $y(n)$  para  $n \geq 0$ , ao degrau unitário. Utilize a Equação (3) e considere o período de amostragem  $T = 1$  segundo. Apresente e comente a solução de forma detalhada.

$$\mathcal{Q} : x(n) = 2,1 x(n-1) - 0,44 x(n-2) + e(n-1) - 0,2 e(n-2). \quad (3)$$

**Questão 5:** Considere o sistema de segunda ordem descrito pela Equação (4),

$$\ddot{y} = (b \pm \Delta b)u + d_0, \quad (4)$$

na qual  $y \in \mathbb{R}$  é a variável de saída,  $u \in \mathbb{R}$  é a variável de entrada (controle),  $b > 0$  é uma constante real e conhecida,  $\Delta b$  é uma incerteza constante e desconhecida, e  $d_0$  é uma perturbação constante e conhecida. Para o sistema da Equação (4) foi escolhida a lei de controle  $u$  da Equação (5):

$$u = \left(\frac{1}{b}\right) [-\lambda_1 \dot{y} - \lambda_0 y - d_0]. \quad (5)$$

Assumindo que  $|\Delta b| < |b|$ ,  $\lambda_1 > 0$ ,  $\lambda_0 > 0$ , apresente a análise de estabilidade do sistema em malha fechada. Teça comentários sobre a robustez da lei de controle  $u$  proposta quanto à estabilidade em malha fechada e à convergência assintótica da saída  $y$  para zero. Apresente e comente a análise de forma detalhada.

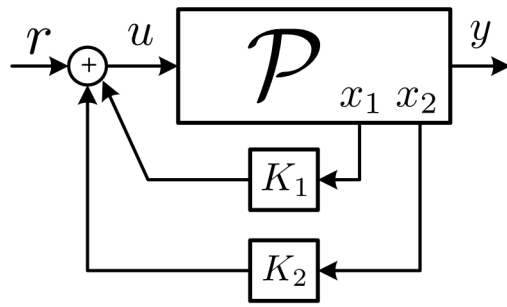


Figure 1: Questão 1.

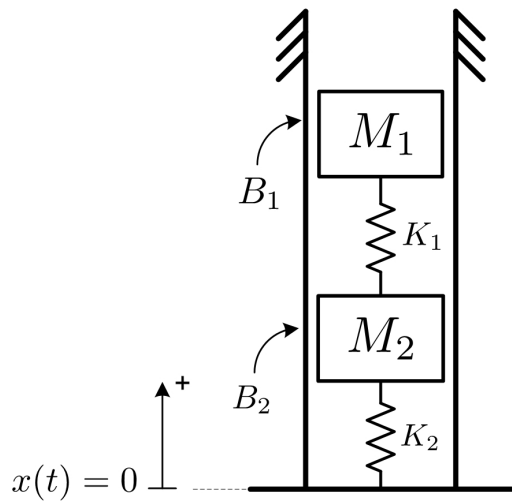


Figure 2: Questão 2.

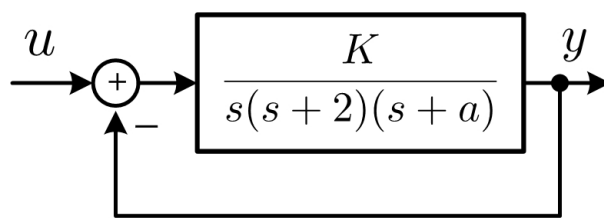


Figure 3: Questão 3.

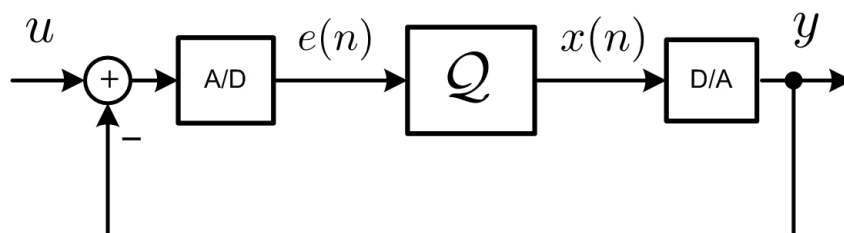


Figure 4: Questão 4.